



A century of fluid mechanics: 1870–1970 / Un siècle de mécanique des fluides : 1870–1970

## Joseph Kampé de Fériet et la mécanique des fluides en France durant l'entre-deux-guerres



### *Joseph Kampé de Fériet and the fluid mechanics in France during the inter-war period*

Antonietta Demuro <sup>a,b,\*</sup><sup>a</sup> Laboratoire STL, université de Lille-3, 59650 Villeneuve-d'Ascq, France<sup>b</sup> Laboratoire Paul-Painlevé, université de Lille-1, bâtiment M2, cité scientifique, 59655 Villeneuve-d'Ascq cedex, France

#### INFO ARTICLE

##### Historique de l'article :

Reçu le 7 décembre 2016

Accepté le 19 mars 2017

Disponible sur Internet le 16 juin 2017

##### Mots-clés :

Aérodynamique

Turbulence

Institut de mécanique des fluides

Fonctions aléatoires

Approche statistique

##### Keywords:

Aerodynamics

Turbulence

Institut de mécanique des fluides de Lille

Theory of Random Functions

Statistical approach

#### R É S U M É

Jusqu'au XX<sup>e</sup> siècle, la mécanique des fluides est caractérisée par une forte coupure entre théorie et pratique. Les formules des mathématiciens et des physiciens sont difficilement applicables sur le plan expérimental, leurs contributions sont mal comprises et mal acceptées par les ingénieurs. Dans le contexte français, qui donne la priorité aux aspects théoriques de ce domaine, la création des instituts de mécanique des fluides (Lille, Marseille, Paris et Toulouse) pendant les années 1930 représente une tentative de rapprochement entre la mécanique des fluides, l'hydrodynamique et l'aérodynamique expérimentales. Le but était de redonner à la France le rôle international qu'elle avait perdu depuis 1918. À Lille, la direction de l'institut de mécanique des fluides (IMFL) a été confiée à Joseph Kampé de Fériet. Ce mathématicien était capable d'aborder des questions à la fois théoriques et expérimentales dans le cadre de l'IMFL et de la Commission de la turbulence atmosphérique. D'un côté, il utilise une approche probabiliste pour donner une certaine rigueur mathématique à la théorie statistique de la turbulence de Taylor–von Kármán; de l'autre, il prend activement part aux recherches expérimentales sur la turbulence atmosphérique de son équipe. Cet article vise à montrer de quelle façon son approche de la mécanique des fluides lui permet de participer à l'évolution internationale de la théorie statistique de la turbulence pendant l'entre-deux-guerres.

© 2017 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND

(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

#### A B S T R A C T

Up until the twentieth century, fluid mechanics was characterised by a strong division between theory and practice. The formulas of mathematicians and physicists were difficult to apply experimentally and their relevance was neither well accepted nor well understood by engineers. In France, where priority was given to the theoretical aspects of this subject, the creation of several centres of fluid mechanics in the 1930s (Lille, Marseille, Paris and Toulouse) represented an attempt at a rapprochement between fluid mechanics, experimental aerodynamics, and hydrodynamics. The aim was to re-establish France's

\* Correspondance à : Laboratoire Paul-Painlevé, université de Lille-1, bâtiment M2, cité scientifique, 59655 Villeneuve-d'Ascq cedex, France.  
Adresse e-mail : [antonietta.demuro@ed.univ-lille1.fr](mailto:antonietta.demuro@ed.univ-lille1.fr).

international profile, which had been lost after 1918. In Lille, the leadership of the “Institut de mécanique des fluides” (IMFL) was entrusted to Joseph Kampé de Fériet, who was able to address questions of both theoretical and experimental nature in the context of his work at the IMFL and at the “Commission de la turbulence atmosphérique”. On the one hand, Kampé de Fériet used a probabilistic approach to give greater mathematical rigour to the statistical theory of turbulence due to Taylor–von Kármán. On the other hand, he played an active part in his group’s experimental research on atmospheric turbulence. This paper aims to show in what way Kampé de Fériet’s approach to fluid mechanics enabled him to contribute to the international development of the statistical theory of turbulence during the interwar period.

© 2017 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

## Abridged English version

During the interwar period, French aerodynamics had accumulated a technological and scientific lag compared to Great Britain, the USA and Germany. French research, in which priority was given to theoretical aspects of fluid mechanics while scarce attention was paid to experimental questions, was often ignored abroad. In a similar vein, French research showed a certain reluctance to establish relationships with the technical, military and industrial spheres. Only at the end of the Second World War and with the birth of the “Office national d’études et de recherches aéronautiques” (ONERA) in 1946 was France able to re-establish a competitive international profile, which had been lost since 1918.

Nevertheless, French aerodynamics did not fall into complete darkness during the inter-war period. The creation of several centres for fluid mechanics in the 1930s (Lille, Marseille, Paris, and Toulouse) represented an attempted rapprochement between experimental fluid mechanics, industries, military institutions, and regional economy, in order to fill the gap and to gain ground in the field of aerodynamics.

In Lille, the leadership of the “Institut de mécanique des fluides” (IMFL) was entrusted to the mathematician Joseph Kampé de Fériet (1893–1982).

In 1916, after completing his doctoral thesis under the supervision of Paul Appell, he was mobilized to the Gâvre Experiments Commission, a military institution created by the “Ministère de la Marine”, which conducted firing tests and ballistic studies during the Great War. Here, he developed a passionate interest in fluid mechanics and in experimental issues. Among his works, he applied Villat’s theory of fluid resistance to problems of war, and he created a method for the photographic recording of velocities of a projectile, together with the physician Gabriel Foex.

In the early years of the institute, Kampé de Fériet’s works were strongly oriented towards mathematics and were along the same lines as Henri Villat’s work. At the time, Henri Villat was the director of the “Institut de mécanique des fluides” of Paris, and held an important position in the French scientific community. In the mid-1930s, the influence of von Kármán’s US scientific community moved Kampé de Fériet and his team towards a new topic of a more international nature and closer to the experimental aspects of fluid mechanics: the theory of turbulence. This subject is an area of fluid mechanics that allows us to highlight different tensions, but also different attempted rapprochements between theory and practice, which have characterized the history of this field since the nineteenth century. Concerning the theory of turbulence, the early successes appeared in the 1920s thanks to semi-empirical methods performed in Germany by Ludwig Prandtl and Theodore von Kármán, but these methods were still too experimental. Among specialists of turbulence, there was a need for a more mathematical theory, but at the same time a theory where theoretical results agreed with laboratory tests and, consequently, would be accepted both by theorists and experimentalists. The British physicist Geoffrey Taylor responded to this need. In 1935, he inaugurated a statistical theory of turbulence marking the end of semi-empirical methods. Taylor’s theory allowed for a new way of looking at the problems of fluid mechanics – a perspective through which the applicability of a theory became a fundamental concept for engineers, physicists, and mathematicians who were involved in the work of aerodynamics laboratories.

In the 1930s and 1940s, the statistical study of turbulent flow is one of the most important topics studied by the international community of fluid mechanics. This new trend influenced the work of several engineers, physicists and mathematicians such as Von Karman, Prandtl, and Wiener. Kampé de Fériet was involved in this international movement both as a mathematician and as a member of the team of IMFL, and in this context, he was able to address questions of both theoretical and experimental nature. As a mathematician, he applied the theory of random functions of the Russian school (Kolmogorov, Khintchine, and Slutsky) in order to give a greater mathematical rigour to the Taylor–von Kármán theory. In his paper *Les fonctions aléatoires stationnaires et la théorie statistique de la turbulence* (1939), he adopted a random language to generalise Taylor’s work about the problem of 1-particle diffusion in a turbulent flow (1921) and to give mathematical definitions and properties to statistical and physical concepts like the spectral function, the correlation coefficient and its relations. As member of IMFL, he played an active part in his group’s experimental studies on atmospheric turbulence and aerology. He carried out research in the laboratory and on the ground, including: aerological expeditions, studies relating to the movement of the atmosphere by recording movements of the clouds, studies of the structure of turbulence by means of the cinematography of soap bubbles, wind turbulence and experimental work in the wind tunnel studying

effects of turbulence on different types of anemometers. Most of these works were carried out for the Atmospheric Turbulence Commission, a national committee created in 1935 by the “Ministère de l’Air” in order to coordinate theoretical and practical studies in this field, performed collaboratively between the “Office national météorologique” (ONM), the “Institut de mécanique des fluides de Paris”, and the “Institut de mécanique des fluides de Lille”. Kampé de Fériet directed his attention to the probabilistic approach to turbulence thanks also to Philippe Wehrlé, who was director of ONM and president of the Atmospheric Turbulence Commission. This physicist and his collaborator Georges Dedebeant created a French school of turbulence based on the concept of “échelle” and the random nature of turbulence as a fundamental property in the domain of meteorology and atmospheric turbulence. This school rejected the hypothesis of the Taylor–von Kármán theory that the turbulent velocity is a regular function, the motivation being to preserve the random nature of turbulence. Their theory built on the concept of Slutsky’s “dérivée aléatoire”, which plays the same role in probability theory as the derivative in classical analysis.

The probabilisation of fluid mechanics brought Kampé de Fériet to develop different concepts of probability theory, like the representation of random functions, the study of stochastic integrals and derivatives and various measures of Banach spaces and Hilbert-separable spaces. These works were greatly appreciated by French mathematicians like Paul Lévy and Maurice Fréchet. In the same years, he started to analyse the concept of spatial and temporal average in the ordinary theory of turbulence, which became one of the most important topics in his research during the 1950s. In 1934, he realised that these two definitions are not completely rigorous, and he tried to give a partial solution to the problem by applying algebraic language to turbulence. Moreover, in 1955 he found a complete solution to the problem thanks to the introduction of a third kind of average borrowed from the statistical mechanics of Gibbs, namely the statistical average.

Kampé de Fériet’s works were very well received abroad, especially in the USA, where he made important ties with Theodore von Karman, Nobert Wiener, and Garret Birkhoff. His theory of turbulence was part of the same international movement as Prandtl’s theory in Germany, von Kármán’s theory in the USA, and Taylor’s theory in England. In France, on the contrary, the French scientific community centred around Henri Villat seems to neglect his contribution.

In this context, Kampé de Fériet plays a paradoxical role: he represents France and the French theory of turbulence, but he does not seem to belong to the French community.

## 1. Introduction. L’aérodynamique française de l’entre-deux-guerres

Quel rôle l’aérodynamique française a-t-elle joué durant l’entre-deux-guerres ? Faisait-elle partie du même courant international qu’en Grande-Bretagne, aux États-Unis et en Allemagne ? L’historiographie de l’aérodynamique semble répondre à cette question par la négative. La France a accumulé un retard scientifique et technique non négligeable par rapport aux autres pays.<sup>1</sup>

En Allemagne et en Grande-Bretagne, les origines de l’institutionnalisation de la mécanique des fluides remontent déjà au début du XX<sup>e</sup> siècle. La réforme de Felix Klein visant à encourager les mathématiques appliquées en Allemagne permet la naissance des premières chaires ainsi que des premières sociétés, journaux et instituts aéronautiques, en coopération avec l’industrie [4,5]. Dans ce contexte, l’école de Ludwig Prandtl à Göttingen constitue un pôle très important, tant au niveau national qu’au niveau international. Son école met en évidence une façon révolutionnaire d’appréhender les problèmes de mécanique des fluides, fondée sur l’expérimentation des théories dans les laboratoires et sur une solide formation mathématique des ingénieurs [6]. En Grande-Bretagne, l’ancienne tradition de mécanique des fluides [7] est renforcée en 1909 par la fondation de l’Advisory Committee for Aeronautics (ACA) dont le but était de promouvoir et institutionnaliser la recherche aéronautique à travers l’établissement des liens entre les universités, les industries et les deux instituts principaux de recherche aéronautique britannique, le National Physical Laboratory (1900) et le Royal Aircraft Factory (1908), [8]. Ici, le physicien Geoffrey Taylor développe une approche similaire à celle de Prandtl.

Aux États-Unis, la communauté de mathématiques appliquées est plus jeune [9] et doit beaucoup à l’Allemagne. À partir des années 1930, plusieurs mathématiciens, physiciens et ingénieurs d’origine juive ou antinazis émigrent aux États-Unis et importent dans le pays l’analyse classique, le calcul des probabilités, la statistique et la mécanique des fluides [10]. Dans ce dernier domaine, un rôle fondamental est joué par Theodore von Kármán, un étudiant de Prandtl qui quitte son poste à l’institut aéronautique d’Aix-la-Chapelle en 1930 pour émigrer aux États-Unis et accepter la direction du Guggenheim Aeronautical Laboratory du California Institute of Technology (GALCIT). Cet institut devient progressivement un pôle d’aérodynamique internationale très dynamique, qui poursuit la tradition allemande de Prandtl, sous l’idée d’un renforcement du point de vue mathématique du monde des ingénieurs, de leur collaboration avec les mathématiciens et les physiciens et des liens avec l’industrie et les militaires [11,12].

Les recherches françaises en mécanique des fluides, qui accordent peu d’attention aux aspects expérimentaux, sont moins connues que celles des pays voisins. Par exemple, la théorie de la résistance des fluides d’Henri Villat – qui trouve ses fondements dans l’hydrodynamique rationnelle de Levi-Civita – reste difficile à appliquer,<sup>2</sup> au contraire de la théorie de la couche limite de Prandtl [6]. L’enseignement de la mécanique appliquée se fait selon la tradition des ingénieurs savants à la

<sup>1</sup> Pour le contexte français de l’aérodynamique pendant l’entre-deux-guerres, voir [1]; pour un panorama international du contexte international de l’aérodynamique, voir [2]. Voir aussi [3] pour les raisons économiques du retard des industries aérodynamiques françaises.

<sup>2</sup> Sur Levi-Civita voir l’article de Pietro Nastasi et Rossana Tazzioli, [13]. Sur l’influence de Levi-Civita sur les travaux d’Henri Villat et de ses étudiants français, voir aussi [14]. L’hydrodynamique de Levi Civita est une hydrodynamique mathématique, fondée sur une recherche qui vise à la fois la rigueur

française : priorité à la théorie, trop peu d'intérêt pour la pratique.<sup>3</sup> De plus, le milieu universitaire n'a que peu de rapports avec l'industrie et l'armée [17].

Il faudra attendre la fin de la Seconde Guerre mondiale pour que la mécanique des fluides française retrouve un niveau international compétitif et reconnu, plus précisément le congrès national de l'aviation française du 3 avril 1945 à la Sorbonne, l'engagement de personnalités scientifiques comme Joseph Pérès et Paul Germain, et la naissance de l'Office national d'études et de recherches aérospatiales (Onera). Le congrès international de mécanique appliquée (ICAM), qui s'est tenu à Paris en 1946, montre une forte volonté de la France de s'ouvrir progressivement aux autres pays.<sup>4</sup> Dans un article concernant le congrès international de mécanique appliquée de Londres en 1948, Paul Germain écrit, à propos de la situation de l'aérodynamique française :

« La troisième conclusion concerne la question des recherches de mécanique appliquée, et spécialement d'aérodynamique en France. On est bien obligé de constater que notre niveau actuel est assez médiocre ; combien de fois a-t-on eu l'impression au cours de ce congrès qu'en France nous abordions des problèmes abandonnés depuis un an ou deux par les autres, ou plus généralement que nous n'étions pas dans le mouvement. D'ailleurs les efforts faits en France sont souvent méconnus [...] Par contre, on ne saurait trop louer toutes les initiatives susceptibles de rétablir la situation – je pense très spécialement à l'orientation et à l'impulsion qu'a données M. Pérès depuis quelques années à la recherche aérodynamique française – et on doit faire confiance aux organismes tels que l'Onera, créé en vue du développement des recherches aéronautiques. » [19, p. 118]

Cependant, la période de l'entre-deux-guerres n'est pas une période proprement vide. Plusieurs tentatives visent à améliorer la situation et à renforcer les études expérimentales en mécanique des fluides<sup>5</sup> et les instituts de mécanique des fluides des années 1930 constituent des exemples remarquables [21]. Il s'agit d'une période où les mathématiciens, les physiciens et les ingénieurs commencent à coopérer pour créer une nouvelle communauté pluridisciplinaire, celle de la mécanique des fluides, et donc aussi de la turbulence.<sup>6</sup> Il y a changement d'approche vis-à-vis des problèmes de mécanique des fluides, grâce également au perfectionnement de l'appareillage scientifique dans les laboratoires : les ingénieurs montrent finalement un vif intérêt pour les applications des questions théoriques à leurs domaines. Les pôles de mécanique des fluides disséminés sur tout le territoire sont de véritables centres de recherche et d'enseignement de l'hydrodynamique et de l'aérodynamique, visant à valoriser les aspects expérimentaux de la discipline et ses liens avec l'industrie, le milieu militaire et l'économie régionale.

Si la création de l'Onera marque le début de la renaissance de l'aérodynamique, ses bases solides ont été construites ou renforcées pendant l'entre-deux-guerres. Dès avant la création de l'Onera, il y a donc une forte volonté de rattraper le retard scientifique de la France.

À Lille, la direction de l'institut de mécanique des fluides a été confiée au mathématicien Joseph Kampé de Fériet (1893–1982), qui décide d'en orienter les recherches théoriques et expérimentales de l'institut vers la théorie statistique de la turbulence et la turbulence atmosphérique. Une grande partie des travaux sur la turbulence menés par l'IMFL a été effectuée pour la Commission de la turbulence atmosphérique, créée par le ministre de l'Air en 1935. Cette commission, qui travaillait en étroite collaboration avec l'Office national de météorologie (ONM), comprenait des collaborateurs de l'ONM comme Philippe Wehrlé (directeur) et le chef du service scientifique, Georges Dedebant, quelques professeurs de mécanique des fluides, comme Albert Métral, Henri Bénard et Joseph Kampé de Fériet.

Kampé de Fériet étudie la turbulence sur le plan théorique en tant que mathématicien ; sur le plan expérimental, en tant que directeur d'un institut des sciences appliquées. Dans ce dernier cas, il valorise la mécanique des fluides expérimentale, le travail d'équipe et les liens avec l'industrie et les militaires. Son attention pour les problèmes de mécanique des fluides de l'époque, son approche probabiliste de la théorie de Taylor–von Kármán et son intérêt pour les questions expérimentales permettent de situer sa contribution dans le contexte international de la théorie de la turbulence qui implique la Grande-Bretagne, les États-Unis et l'Allemagne. Von Kármán écrivait, dans une lettre à Hunsaker, un des organisateurs de l'ICAM de Cambridge 1938<sup>7</sup> :

---

mathématique et le développement de la théorie en vue des applications. Henri Villat et ses étudiants suivent la même direction, ils sont assez loin de l'utilisation des données expérimentales et de la résolution de questions appliquées. La personnalité scientifique et institutionnelle d'Henri Villat et son approche de l'hydrodynamique sont décrites dans [15].

<sup>3</sup> Pour l'enseignement des mécaniques appliquées en France pendant le XX<sup>e</sup> siècle, voir l'article de Bruno Belhoste et Konstantinos Chatzis, [16].

<sup>4</sup> La politique d'ostracisme à l'égard des Allemands avait fortement influencé la participation des Français aux premiers congrès de l'ICAM. En 1922, aucun Français n'avait accepté l'invitation des organisateurs Levi-Civita et von Kármán. C'est à partir de la seconde guerre mondiale que les Français ont commencé à participer activement à la communauté internationale de mécanique appliquée. À ce sujet, voir les travaux de Giovanni Battimelli, par exemple [18].

<sup>5</sup> Il ne faut pas oublier les différents laboratoires et écoles d'aéronautique parisiens fonctionnant depuis le début du XX<sup>e</sup> siècle, à savoir Supaero, le laboratoire Eiffel et l'institut aérotechnique de Saint-Cyr-l'École. Sur l'aérodynamique expérimentale à Paris, voir l'ouvrage de Claudine Fontanon [20].

<sup>6</sup> Voir l'article de Michael Eckert [22], pour le processus d'institutionnalisation de la mécanique des fluides et la naissance d'une communauté internationale à partir des années 1920.

<sup>7</sup> Lettre datée du 2 mars 1937, qui se trouve dans le fond von Kármán (von Kármán Papers, box 47, folder 3, California Institute of Technology). Le contenu de la lettre est reproduit dans l'article de Rossana Tazzioli [14].

«Je crois vraiment que l'homme qu'il nous faut pour une conférence générale est Kampé de Fériet, directeur de l'institut de mécanique des fluides de Lille. Au cours des dernières années il a publié deux comptes rendus sur les récents progrès concernant les vagues et la turbulence. Les deux rapports étaient excellents et juste à la limite entre le point de vue théorique et pratique comme nous voudrions qu'il soit.»<sup>8</sup>

Dans la première section, l'article présente un panorama biographique de la vie de Kampé de Fériet, afin de faire comprendre les raisons pour lesquelles il a commencé à s'intéresser à la mécanique des fluides, en particulier à la turbulence. On verra que la balistique, ainsi que sa mobilisation à la commission de Gâvre pendant la Grande Guerre, ont joué un rôle fondamental dans sa réorientation vers les mathématiques appliquées. Ensuite, l'article se focalise sur la turbulence, les problèmes causées par les divergences internes à ce domaine, entre aspects théoriques et pratiques, et les acteurs principaux qui y ont contribué, en mettant l'accent sur les années 1930–1940. Les deux dernières sections sont dédiées à Kampé de Fériet et à son approche probabiliste et expérimentale. L'étude de la contribution de Kampé de Fériet fait ressortir l'état de la théorie de la turbulence en France pendant la période de l'entre-deux-guerre. À ce propos, l'article consacre plusieurs passages à la Commission de la turbulence atmosphérique et à l'école de Wehrli et Dedebeant.

## 2. Joseph Kampé de Fériet. De la balistique à l'hydrodynamique

Kampé de Fériet, maître de conférence à la faculté des sciences de Lille (1919) et à l'institut industriel du Nord (1923), reste à Lille jusqu'à la fin de sa vie. Parisien de naissance, il suit à la faculté des sciences les cours d'Élie Cartan, de Paul Montel et de René Garnier en mathématiques générales, d'Édouard Goursat et d'Henri Lebesgue en calcul différentiel et intégral, de Gabriel Lippmann en physique générale, de Paul Appell en mécanique rationnelle et en mécanique céleste.<sup>9</sup> Il prépare une thèse d'analyse sous la direction d'Appell, son plus grand maître,<sup>10</sup> qui était un analyste et un spécialiste en mécanique rationnelle à l'époque. Sa thèse et ses premiers articles portent sur des questions de mathématiques pures. Dans sa thèse, *Sur les fonctions hypersphériques* (1915), il se propose de synthétiser et d'approfondir la théorie des polynômes spéciaux d'Hermite  $V_{m,n}(x, y)$  et de Didion  $V_{m_1, \dots, m_n}(x_1, \dots, x_n)$  au sein de la théorie des fonctions harmoniques dans un espace à  $n + 2$  dimensions. Il s'agit d'une reprise des recherches d'Appell concernant les fonctions hypergéométriques et hypersphériques, qui trouvent des applications dans la mécanique céleste et la physique mathématique.

C'est seulement pendant la première guerre mondiale qu'il a commencé à s'intéresser à l'hydrodynamique et aux questions expérimentales. Mobilisé à la commission d'artillerie navale de Gâvre à partir de 1916, il collabore avec des autres scientifiques et officiers militaires pour résoudre des questions de guerre.<sup>11</sup> Par exemple, il utilise une étude d'hydrodynamique de Villat sur la résistance d'un fluide incompressible à deux dimensions pour déterminer la loi de la résistance de l'air d'un projectile à proximité du sol.<sup>12</sup> Concernant la balistique expérimentale, il collabore avec le physicien Gabriel Foex (maître de conférence à Strasbourg à l'époque) pour la réalisation d'un appareil et d'une méthode pour l'enregistrement photographique des vitesses d'un projectile.<sup>13</sup> Cette méthode lui a été reconnue par le ministre de la Marine Georges Leygues, qui a bien voulu lui accorder un témoignage officiel de satisfaction.<sup>14</sup> En 1922, il est également nommé membre assistant de la commission de Gâvre.

Sa mobilisation scientifique lui donne l'opportunité d'aborder la mécanique des fluides et des questions expérimentales, ce qui lui permet de devenir le directeur de l'institut de mécanique des fluides en 1929. C'est également grâce à Henri Villat et à son important rôle institutionnel que Kampé de Fériet est désigné comme directeur de cet institut. En 1971, pendant la cérémonie de réception dans l'Ordre national du mérite, il dédie à Villat les mots suivants :

«Henri Villat, Fondateur et Chef de l'École Française de la Mécanique des Fluides, qui attira l'attention du Ministère de l'Air sur les modestes essais que j'avais effectués à la Commission d'Expériences de l'Artillerie Navale de Gâvre.»

<sup>8</sup> "I really believe that the man we could use best for a general lecture is Kampe de Feriet [sic], director of the Institute for fluid mechanics, in Lille. In the last years, he published two reviews on recent progress concerning waves and turbulence. Both reports were excellent and just on the limit between the practical and theoretical viewpoint as we like it."

<sup>9</sup> Jean Delporte, un étudiant de Kampé de Fériet, a consacré une monographie à la vie de Kampé de Fériet [23].

<sup>10</sup> Dans le discours prononcé lors de la remise des insignes de commandeur de l'Ordre national du mérite, Kampé de Fériet exprime sa grande gratitude à tous ceux qui l'ont accompagné pendant sa carrière. À propos de Paul Appell, il dit : «Ma pensée se tourne d'abord vers les Professeurs de la Sorbonne ; pour ne pas vous réciter un palmarès de la Science entre 1910 et 1914, je mentionnerai seulement celui qui fut mon Maître, qui m'enthousiasma par la clarté merveilleuse de son enseignement, qui orienta mes premières recherches, qui dirigea les débuts de ma carrière universitaire : PAUL APPELL.»

La reproduction écrite de ce discours se trouve dans le fonds Kampé de Fériet, archives de l'Onera de Lille.

<sup>11</sup> Sur la mobilisation des mathématiciens à Gâvre, voir l'article de David Aubin [24].

<sup>12</sup> *Quelques remarques suggérées par un problème d'hydrodynamique* (1918), travail commissionné par son chef, le général Georges Sugot [25].

<sup>13</sup> Il s'agit d'un dossier autographié de près de 300 pages, retrouvé à Lorient, au Service historique de la Défense (SHD), département Marine.

<sup>14</sup> «Monsieur Kampé de Fériet, docteur ès sciences, a déployé son activité à Gâvre dans les branches les plus diverses. Après avoir abordé avec succès certaines questions théoriques de Balistique extérieure, en particulier relativement au mouvement du projectile autour de son centre de gravité, a imaginé en collaboration avec un de ses collègues, un appareil nouveau actuellement en essai, basé sur l'enregistrement photographique de la trace du projectile, appelé à rendre les plus grands services pour la mesure des vitesses sous tous les angles, appareil dont la réalisation paraît aisée et la mise au point facile. Les services rendus à la Commission de Gâvre par Monsieur Kampé de Fériet ont déjà été reconnus par un premier témoignage officiel de satisfaction que le Ministre a bien voulu lui accorder le 4 novembre 1917.» (dossier Kampé de Fériet 149 J 106, archives départementales du Nord, Lille.)

Balistique et hydrodynamique sont également connectées au sein des premières recherches de l'institut de mécanique des fluides. Par exemple, le chef de la soufflerie verticale, Jean Vagner, utilise la méthode mise au point à Gâvre par Kampé de Fériet lors de son étude du mouvement accéléré d'une sphère tombant en chute libre par enregistrement photographique. Cela lui permet de recevoir son doctorat en 1937.<sup>15</sup>

Pendant les premières années de sa direction à l'IMFL, ses travaux concernent notamment l'hydrodynamique théorique, à savoir quelques propriétés du mouvement d'un fluide incompressible autour d'un obstacle et quelques cas d'intégration des équations du mouvement plan d'un fluide visqueux incompressible. La plupart d'entre eux constituent un développement des travaux d'Henri Villat, comme par exemple l'étude d'une condition nécessaire pour l'absence de pressions négatives dans un fluide permanent autour d'un obstacle soumis à certaines hypothèses.

Vers la moitié des années 1930, Kampé de Fériet quitta la balistique ainsi que ces travaux mathématiques d'hydrodynamique, vivement appréciés par Henri Villat.<sup>16</sup> Il commença à s'éloigner de la mécanique des fluides de Villat afin de se tourner vers un nouveau sujet, plus proche des aspects expérimentaux et plus « international » : la théorie de la turbulence.<sup>17</sup> C'est Theodore von Kármán qui attire l'attention de Kampé de Fériet sur ce sujet, en lui envoyant ses travaux dès 1933.<sup>18</sup>

En juillet 1945, Kampé de Fériet confie la direction de l'institut de mécanique des fluides à Martinot Lagarde et se consacre complètement à des questions toujours plus théoriques et abstraites. Il poursuit ses recherches sur la théorie statistique de la turbulence, démarrées avant de quitter l'institut. Il applique les notions du calcul des probabilités à la mécanique des fluides pour construire des théories mathématiques destinées à expliquer les phénomènes turbulents (plus tard, il adoptera la même approche en mécanique des milieux continus). Ces applications et la nécessité d'approfondir sa connaissance du calcul des probabilités le conduisent vers la théorie de l'information dans les années 1960.

### 3. La théorie de la turbulence. Une « faille béante »

Dans l'un de ses premiers articles sur la turbulence, Kampé de Fériet décrit ce problème de la mécanique des fluides comme la cause du divorce entre l'expérience et la théorie :

« Nous savons aujourd'hui que la faille béante qui coupait en deux la Mécanique des Fluides n'était pas autre chose que le problème de la Turbulence » [27, p. 373].

L'histoire de la mécanique des fluides est marquée au XIX<sup>e</sup> siècle par de nombreux cas de désaccord entre monde pratique et théorique et par de nombreuses tentatives pour les rapprocher.<sup>19</sup> D'un côté, les mathématiciens et les physiciens appliquaient des mathématiques avancées au comportement des fluides ; de l'autre côté, les ingénieurs utilisaient des formules empiriques simples dans leurs laboratoires : deux champs aux méthodes et identités très différentes, qui ont évolué indépendamment l'un de l'autre. Le paradoxe de d'Alembert et la théorie de la turbulence illustrent parfaitement ce problème.

Au XX<sup>e</sup> siècle, la situation change. Durant la première décennie, l'aviation prend rapidement son essor et le développement de la mécanique des fluides est caractérisé, à l'échelle internationale, par un rapprochement intense entre recherche théorique et ingénierie. Plusieurs écoles apparaissent, comme l'école russe de Nikolai Egorovich Zhukovsky et Sergei Alekseevich Chaplygin, l'école allemande de Ludwig Prandtl, l'école britannique de Geoffrey Taylor, et plus tard, en 1930, celle de Theodore von Kármán aux États-Unis. Le paradoxe de d'Alembert trouve finalement une réponse dans le cadre de la théorie de la couche limite de Prandtl (1904).

Concernant la turbulence, des ingénieurs comme Boussinesq (1872) et Reynolds (1883) ont essayé d'étudier le problème en utilisant une approche statistique fondée sur l'existence des « molécules fluides » et l'analyse du mouvement turbulent en deux parties : le mouvement moyen et le mouvement d'agitation. À partir de cette conception, la théorie de la turbulence a progressé en se rapprochant de l'expérience, sans qu'aucun développement théorique significatif n'advienne durant presque 50 ans. Comme pour le paradoxe de d'Alembert, c'est à Göttingen que se situe le point de bascule.

Là, Prandtl (1925) reprend les idées de Boussinesq et de Reynolds pour édifier une première théorie véritable de la turbulence, qui est développée par son étudiant, Theodore von Kármán (1930). Ils inaugurent des méthodes semi-empiriques, créées à partir des analogies entre la théorie cinétique des gaz et l'écoulement turbulent, entre la viscosité moléculaire et la « viscosité turbulente ». Ainsi, Prandtl introduit une quantité empirique  $\lambda$  appelée « parcours de mélange » afin de lier la viscosité turbulente  $\tau_{\text{turb}}$  à la vitesse moyenne des particules de fluide et permettre la résolution des équations de Navier–Stokes pour un fluide turbulent bidimensionnel sur deux plaques. Von Kármán utilise des hypothèses de similitude pour donner une expression de  $\lambda$  dans le cas de l'écoulement d'un liquide dans un tuyau lisse ou rugueux, et il trouve une

<sup>15</sup> Jean Vagner, Résistance d'une sphère en mouvement accéléré dans un fluide, thèse d'ingénieur-docteur [26].

<sup>16</sup> Notice sur les titres et travaux d'Henri Villat (fonds Villat, archives de l'Académie des sciences, Paris).

<sup>17</sup> A Lille, Kampé de Fériet n'est pas le premier à aborder le sujet de la turbulence. Il s'agit d'une thématique lilloise depuis au moins 1872, avec Boussinesq et ses premières études sur la turbulence.

<sup>18</sup> Plusieurs lettres de Kampé de Fériet à von Kármán permettent de comprendre l'influence de ce dernier. Voir les lettres de Kampé de Fériet envoyées à von Kármán dans le fonds von Kármán (von Kármán Papers, box 14, folder 47–48, California Institute of Technology).

<sup>19</sup> Pour « une histoire de transgressions des frontières entre le monde théorique de l'hydrodynamique et le monde pratique de l'hydraulique » voir le livre d'Olivier Darrigol [28].

loi logarithmique pour le profil des vitesses moyennes, solidement en accord avec les expériences de Nikuradse, un autre étudiant de Prandtl.<sup>20</sup>

L'approche semi-empirique était encore trop proche des aspects expérimentaux ; les équations contenaient des constantes inconnues à déterminer expérimentalement pour chaque configuration du fluide. Elle ne donne de solution que pour des cas spécifiques impliquant des canaux et des tuyaux. Il fallait une théorie plus « mathématique », acceptée à la fois par les théoriciens et par les expérimentateurs : la théorie statistique de Taylor (1935), qui marque la fin des méthodes semi-empiriques et, par voie de conséquence, l'adoption de la théorie cinétique des gaz pour l'étude de l'écoulement des fluides non homogènes dans des canaux et des tuyaux. Inspiré par Nobert Wiener, Taylor inaugure une théorie fondée sur une description statistique du phénomène turbulent à l'aide de concepts comme l'isotropie et l'homogénéité, la fonction de corrélation entre deux vitesses en deux points (ou instants) du fluide, l'échelle de turbulence. En 1938, il introduit le concept de spectre de la turbulence, en montrant que ce dernier est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation.<sup>21</sup> Ses idées se trouvent déjà dans une note publiée précédemment, en 1921 [32]. Il y introduit la fonction de corrélation et d'autres propriétés statistiques pour étudier le problème de diffusion d'une particule en mouvement brownien. Cependant, son travail n'a pas attiré l'attention à cause de sa nature trop mathématique par rapport aux problèmes de l'époque concernant les canaux.

C'est seulement dans les années 1930 que la contribution de Taylor a connu un large succès, dans un contexte où la typologie des problèmes envisagés et les instruments techniques<sup>22</sup> ont changé profondément [31, p. 33]. En effet, l'étude des fluides non homogènes entre deux parois est remplacée par celle d'un fluide homogène ou isotrope et « libre » (loin des parois). Au même moment, les anémomètres à fil chaud sont capables de suivre les fluctuations de la vitesse sur des fréquences plus hautes, et les souffleries arrivent à produire une turbulence isotrope artificielle. C'est aussi un contexte où l'approche même du problème change. L'applicabilité d'une théorie devient un élément essentiel pour les ingénieurs, les physiciens et les mathématiciens, qui commencent à fréquenter les laboratoires d'aérodynamique. Ainsi, par exemple, Taylor a systématiquement utilisé les données expérimentales des souffleries de la National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), fournis par Dryden.

Sa théorie influence les travaux de Prandtl, von Kármán, Wiener et d'autres physiciens, ingénieurs et mathématiciens. Nous allons voir maintenant de quelle façon Kampé de Fériet participe à ce mouvement international, caractérisé par la volonté d'établir une convergence entre théorie et pratique.

#### 4. L'IMFL et la turbulence atmosphérique. Un exemple de rapprochement avec la mécanique des fluides expérimentale

Le travail de Kampé de Fériet a été déterminé par sa capacité, de par sa formation théorique initiale, à prendre part aux travaux expérimentaux de l'IMFL. Son équipe, au sein de laquelle il était le seul mathématicien,<sup>23</sup> comprenait des physiciens et des ingénieurs de l'institut industriel du Nord. Le personnel de direction comprenait Kampé de Fériet (directeur), le physicien André Martinot-Lagarde (maître de conférence et sous-directeur)<sup>24</sup> et un bénéficiaire d'une bourse d'ingénieur créée par le ministre de l'Air, le physicien Henri Guillemet (1905–1946). En 1937, le personnel scientifique et technique était composé des ingénieurs suivants :

- Jean Vagner, chef de la soufflerie verticale,
- Paul Guienne, chef de la grande soufflerie,
- Pierre Dupuis, chef du service des ventilateurs,
- Georges Rollin, chef du poste météorologique,
- André Fauquet, chef du service des ateliers.

Leurs travaux étaient effectués, soit dans le laboratoire (création et mise au point de l'appareillage), soit sur le terrain.

La plupart des travaux menés à l'IMFL concernaient des campagnes aérologiques annuelles, comme celles organisées près du centre de vol sans moteur de la Banne d'Ordanche [34]. Pendant ces campagnes aérologiques, l'équipe de l'IMFL collaborait avec l'Office national météorologique, dirigé à l'époque par Philippe Wehrlé (1890–1965).<sup>25</sup> Kampé de Fériet et ses

<sup>20</sup> Sur Prandtl et von Kármán, voir, par exemple, cet ouvrage sur l'histoire de la turbulence : *A Voyage Through Turbulence* [29]. Il s'agit d'un recueil d'une vingtaine de biographies scientifiques de mathématiciens, physiciens et ingénieurs qui ont donné des contributions remarquables à l'étude de la turbulence dans la période 1880–1980. Aucune chapitre n'est consacrée à des savants français : dans la préface, les éditeurs regrettent le fait de ne pas avoir pris en compte d'autres spécialistes de la turbulence, dont Kampé de Fériet. Voir aussi les articles de Marie Farge, par exemple [30].

<sup>21</sup> Pour la théorie statistique de la turbulence de Taylor, voir l'article de Giovanni Battimelli [31].

<sup>22</sup> À propos du perfectionnement de l'outillage scientifique et du rôle des souffleries dans la recherche sur la turbulence, voir aussi l'article de Michael Eckert [33].

<sup>23</sup> Pendant les premières années y travaillait également le mathématicien turc Ratib Berker (1909–1997). Étudiant de Kampé de Fériet, il préparait une thèse sur des cas d'intégration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible. Il s'agissait de la poursuite des travaux théoriques de Kampé de Fériet antérieurs à 1932. Berker quitte l'institut en 1934 et consacre ses études aux solutions exactes dans les fluides visqueux, sans aborder le sujet de la turbulence.

<sup>24</sup> André Martinot-Lagarde (1909–1986), maître de conférences de mécanique des fluides à la faculté des sciences de Lille, deviendra directeur de l'IMFL en juillet 1945. C'est l'assistant physicien de Kampé de Fériet ; son rôle est essentiel dans l'adaptation progressive de ce mathématicien à l'expérimentation, qui a permis de sauvegarder à l'IMFL l'aspect expérimental de la mécanique des fluides.

<sup>25</sup> Ancien élève de l'École polytechnique, il entre à l'ONM en 1921 et en devient le directeur en 1934. Il a donné des contributions remarquables à la météorologie théorique pendant l'entre-deux-guerres.

collaborateurs avaient installé un laboratoire pour effectuer des mesures aérologiques. Pour ces essais, ils avaient à disposition un avion laboratoire, le Potez 540, doué d'une grande stabilité permettant de séparer les perturbations atmosphériques des réactions de l'appareil lui-même. À partir de 1937, deux avions ont été ajoutés : le Potez 25 et le Potez 58. Ce dernier et son pilote étaient mis à disposition de l'IMFL par le ministre de l'Air Pierre Cot, qui avait visité l'institut le 11 mars 1937<sup>26</sup> et avait montré un fort intérêt pour ses travaux d'aérologie. Le Potez 58 a aussi été utilisé pour l'étude de la turbulence dans la région Nord-Pas-de-Calais. Les avions étaient équipés d'un anémomètre réalisé par André Martinot-Lagarde en 1934 et perfectionné à l'occasion par Georges Rollin, l'anémoclimomètre IMFL, qui a connu un succès international [35].<sup>27</sup>

Une autre étude expérimentale intéressante est celle concernant les mouvements de l'atmosphère par enregistrement des mouvements des nuages [38,39]. Ici, Kampé de Fériet utilise une technique cinématographique pour accélérer les mouvements des nuages, qui donnent des informations importantes sur le mouvement de l'air. En effet, le mouvement des nuages est presque le même que celui de l'air, mais il est plus lent. Ces travaux ont été réalisés à partir du 1933 au sein des campagnes de recherche dans la station scientifique du Jungfraujoch, de la Banne d'Ordanche, au mont Blanc et au mont Cervin. Ils rappellent les techniques d'enregistrement photographique utilisées par Kampé de Fériet et Gabriel Foex à la commission de Gâvre.

De nombreux autres travaux témoignent d'un institut de mécanique des fluides très dynamique du point de vue expérimental sur un sujet, la turbulence, qui était assez nouveau à l'époque. On peut citer comme exemples les études en soufflerie des effets de la turbulence sur différents types d'anémomètres, les études sur le terrain de la turbulence du vent au voisinage du sol, ainsi que d'autres campagnes ou essais aérologiques (au col de Voza, dans le Sahara, une prospection aérologique de l'aérodrome d'Alprech, des essais sur les terrains de vol sans moteur de Saint-Inglevert, etc.).

La plupart de ces recherches ont été effectuée pour la Commission de la turbulence atmosphérique.

#### 4.1. La Commission de la turbulence atmosphérique (1935–1940)

En avril 1935, l'étude théorique et expérimentale de la turbulence atmosphérique a été confiée par le ministre de l'Air à un groupe de chercheurs, qui constituent une commission présidée par le directeur de l'Office nationale météorologique (ONM), Philippe Wehrlé. Ses membres comprenaient des collaborateurs de l'ONM, parmi lesquels Georges Dedebant et Jean Bass, un ingénieur en chef de l'Aéronautique (Paul Dupont) et quelques professeurs de mécanique des fluides, comme Albert Métral, Henri Bénard (institut de mécanique des fluides de Paris), Pierre Idrac (professeur à l'Institut océanographique)<sup>28</sup> et Kampé de Fériet. Cette commission s'inspirait de la Wind Structure Committee, une association britannique qui s'occupait de la turbulence atmosphérique dans les régions britanniques.

Consentis du retard scientifique et technologique de la France,<sup>29</sup> les membres de la Commission de la turbulence atmosphérique avaient comme objectif de coordonner et d'actualiser les recherches sur la turbulence atmosphérique entreprises en France. Leur idée était de perfectionner la théorie grâce à des applications fréquentes et donc de combler les lacunes assez considérables dans ce domaine. Ainsi l'aérologie peut-elle être étudiée dans ce cadre grâce à la collaboration entre spécialistes de météorologie et de mécanique des fluides :

«L'objet propre de la météorologie est l'étude de l'atmosphère à l'échelle synoptique ; au laboratoire de mécanique des fluides, au contraire, on étudie, par exemple, l'interprétation d'un tracé anémométrique correspondant à des perturbations dans les souffleries, des particules d'air dont la dimension va de quelques centimètres à quelques mètres. Entre les deux s'établit la discipline qu'on a pris depuis pour habitude de désigner sous le nom d'*Aérologie* ; la précision de son échelle correspond à des particules de quelques mètres à quelques centaines de mètres ; des mouvements d'agitation turbulents sur le mouvement moyen défini par cartes synoptiques de la Météorologie ; c'est ce domaine qui constitue le champ d'activité de la Commission de la Turbulence Atmosphérique.» [35, p. 434].

Le programme des travaux de la Commission était le suivant :

- étude descriptive de la turbulence,
- étude statistique de la turbulence,
- mécanique de la turbulence,
- applications à la météorologie,
- applications à l'aéronautique.

La dernière activité, la plus pratique, était conduite sous la direction de l'ingénieur Dupont et comprenait les recherches de l'IMFL et de l'ONM à la Banne d'Ordanche. Dans ce cadre, Kampé de Fériet a effectué des observations et plusieurs essais en

<sup>26</sup> Rapport sur la visite de la commission de l'aéronautique de la Chambre des députés, archive de l'Onera de Lille.

<sup>27</sup> Pour l'anémoclimomètre IMFL, voir par exemple les notes publiées dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* [36] et [37].

<sup>28</sup> La collaboration de Pierre Idrac a été interrompue après quelques mois à cause de son décès précoce, intervenu en juin 1935.

<sup>29</sup> «L'étranger a parfaitement compris l'importance de cet ordre de recherches, témoins les récentes travaux parus en Allemagne et en Angleterre notamment, et qui n'ont pas d'homologues en France», préface de Philippe Wehrlé dans [40].

vol.<sup>30</sup> L'institut de mécanique des fluides de Paris semble ne pas prendre part à ces campagnes aérologiques ; ses membres s'occupaient plutôt de la réalisation de l'appareillage en laboratoire : Pérès et Malavard ont mis au point un anémomètre à quartz piézoélectrique ; Bénard un appareil pour rendre visibles les tourbillons cellulaires et un deuxième appareil pour évaluer le coefficient de la turbulence en un point par correction calorifique.<sup>31</sup>

En 1939, Wehrlé, Métral et Kampé de Fériet avaient proposé au ministère de l'Air de mettre les connaissances d'aérodynamique de la Commission au service de la guerre, mais leur proposition n'a été pas concrétisée et, une année plus tard, la Commission cesse son activité.

## 5. L'approche statistique probabiliste de Kampé de Fériet

Pendant l'entre-deux-guerres, l'analyse statistique des fluides turbulents de Taylor ouvre la voie à deux approches : l'approche statistique déterministe (von Kármán) et l'approche statistique probabiliste (Kolmogorov).<sup>32</sup>

Dans l'approche déterministe, l'étude de la turbulence se fonde sur l'étude des propriétés statistiques (fonction de corrélation, spectre, etc.) d'un seul champ de vitesse, d'une seule trajectoire. En revanche, l'approche probabiliste envisage l'analyse statistique d'un ensemble de champs possibles de vitesses. En d'autres termes, elle étudie l'évolution du mouvement d'une seule particule choisie au hasard dans un *ensemble probabilisé* de tous ses mouvements possibles, dont même les conditions initiales sont aléatoires.

Comme pour la plupart des mathématiciens qui ont étudié la turbulence, l'approche mise en œuvre par Kampé de Fériet dans sa recherche théorique est l'approche probabiliste. Cette approche est explicite dans l'une des ses contributions majeures de l'époque, *Les fonctions aléatoires stationnaires et la théorie statistique de la turbulence* (1939), où il généralise la note de Taylor de 1921 en « donnant un exposé en langage aléatoire du mouvement brownien qui a servi de départ à Taylor » [43, p. 147]. Ici, il propose un modèle fondé sur les fonctions aléatoires stationnaires de Kolmogorov, Khintchine, Slutsky et Wiener pour décrire le problème de la turbulence linéaire homogène, plus précisément les fluctuations de la vitesse d'un fluide turbulent. La vitesse turbulente est une fonction aléatoire  $U_{\mathcal{E}}(t)$ , où  $\mathcal{E}$  désigne l'ensemble de toutes les particules, tandis qu'un événement  $E$  consiste à choisir « une de ces particules de fluide et la suivre dans sa trajectoire du temps  $-\infty$  au temps  $\infty$  avec une vitesse bien déterminée  $U(t)$  ». Dans les pages suivantes, il propose des exemples (parmi lesquels le problème de Taylor de 1921) et, à l'aide de l'analyse harmonique et des théorèmes des mathématiciens russes, il donne des définitions rigoureuses ainsi que des propriétés mathématiques relatives à des concepts de la statistique physique, comme le coefficient de corrélation, la fonction spectrale et leurs relations.

Pendant les mêmes années, Kolmogorov commence à s'intéresser à la théorie de la turbulence, et il s'entoure d'étudiants spécialisés dans ce domaine. Les premières applications de la théorie des fonctions aléatoires à la turbulence viennent de l'ingénieur mécanique Millionschikov (1939) [44] et du mathématicien Obukhov (1941) [45].<sup>33</sup> Au moment de la publication de sa note en 1939, Kampé de Fériet ne connaissait pas encore ces applications, ce qui confirme que Kampé de Fériet et les Russes sont arrivés à la même intuition de façon indépendante.<sup>34</sup>

À partir de ce moment, la notion de fonction aléatoire, imposée par l'expérience dans l'étude du mouvement brownien d'une particule, est étendue au mouvement turbulent à partir de la note de Taylor de 1921. On assiste à une probabilisation de la théorie de la turbulence et en même temps, la théorie du calcul de la probabilité se perfectionne grâce à ses applications à la mécanique des fluides.<sup>35</sup>

Dans ce contexte, Kampé de Fériet joue un rôle double. En tant que mécanicien, il développe la théorie de la turbulence à l'aide des fonctions aléatoires et l'analyse harmonique ; en tant que probabiliste, il travaille sur la représentation des fonctions aléatoires, sur les différents espaces de Banach, de Hilbert-séparable, sur les propriétés des intégrales aléatoires etc. Il est très estimé par Paul Lévy ; il participe aux séminaires de calcul de probabilité de Maurice Fréchet, où il tient les Français au courant de tout ce qu'il avait appris pendant ses séjours aux États-Unis<sup>36</sup> et grâce à ses contacts avec des mathématiciens comme Richard von Mises, nommé à la chaire Gordon-McKay d'aérodynamique et de mathématique appliquée de l'université Harvard en 1944. Il demande même à Fréchet un étudiant pour l'aider dans l'avancement des ses recherches.<sup>37</sup>

D'après Kampé de Fériet, le calcul de probabilité n'a pas la priorité au sein de ses recherches ; c'est un outil qui lui permet d'aborder des questions de nature plus appliquée, comme la mécanique des fluides. Simultanément, ses recherches

<sup>30</sup> Son nom apparaît plusieurs fois dans les tableaux des essais qui figurent dans le rapport sur la campagne aérologique de la Banne d'Orlande de l'ingénieur Dupont.

<sup>31</sup> À propos de travaux de l'équipe de Bénard, voir l'article de Wesfreid [41].

<sup>32</sup> Pour une comparaison de ces deux approches, voir l'article de Marie Farge et Étienne Guyon [42].

<sup>33</sup> Sans oublier l'importante contribution de Kolmogorov des années 1940–1950 et celles, successives, de ses étudiants Monin et Yaglom. Pour l'école russe de la turbulence, voir l'article de Gregory Falkovich [46].

<sup>34</sup> À la page 146 de sa note, il écrit : « Sauf G. Dedeband et Ph. Wehrlé, dont c'est au contraire une des idées maîtresses, aucun des auteurs qui ont travaillé à la théorie des fonctions aléatoires ne semble avoir connu les problèmes posés par la turbulence, ni les essais de solution qu'ils avaient reçus. » Cet affirmation est suivie par une note où l'auteur avoue que, lors de la réalisation de cet écrit, il ne connaissait pas encore le mémoire de A. C. Paley, N. Wiener et A. Zygmund, intitulé *Notes on random functions*. En tout cas, il ne mentionne pas les applications de Millionschikov et d'Obukhov.

<sup>35</sup> À ce propos, voir l'article de Bernard Bru sur les modèles probabilistes de la turbulence au début du XX<sup>e</sup> siècle [47].

<sup>36</sup> Kampé de Fériet à Fréchet, lettre datée du 28 mars 1946 (dossier Fréchet, archives de l'Académie des Sciences, Paris).

<sup>37</sup> Kampé de Fériet à Fréchet, lettre datée du 6 novembre 1944 (fonds Kampé de Fériet, archives de l'Onera de Lille).

mathématiques de l'époque, comme l'étude des intégrales stochastiques dans les équations différentielles, donnent un impulsion importante au domaine de la physique. En 1964, pendant une conférence à Washington,<sup>38</sup> il met en évidence son statut de « mathématicien appliqué », avant d'expliquer les raisons pour lesquelles il utilise le terme « fonctions aléatoires » au lieu de celui de « processus stochastiques »<sup>39</sup> :

« La recherche d'un modèle théorique pour le mouvement brownien d'une particule et pour l'écoulement turbulent d'un fluide a conduit assez naturellement à la définition d'intégrales aléatoires dans le cadre des équations différentielles ordinaires ou à dérivées partielles respectivement, dans ce dernier domaine une extension à la mécanique statistique des systèmes holonomique dans les milieux continus a donné une orientation bien définie à l'entier développement. C'est le seul prétexte qu'un mathématicien appliqué (qui a consacré une large partie de sa recherche à la mécanique des fluides) peut utiliser dans la discussion de ces problèmes mathématiques, qui deviennent toujours plus abstraites chaque jours. »<sup>40</sup>

Une autre réflexion sur l'utilité du calcul de probabilité se trouve dans *Hasard et Probabilité* (1945), dans lequel, à travers un ex-cursus historique sur les probabilités, il essaye de répondre à la question suivante :

« Le Hasard, postulé par les applications du Calcul Abstrait des probabilités au monde de l'expérience, a-t-il le même sens pour le mécanisme déterministe qui a régné en maître de Newton et Poincaré et pour la mécanique statistique que nous proposent les adeptes de la Physique Quantique et de la Mécanique ondulatoire ? » [49, p. 1]

### 5.1. Wehrlé et Dedeabant. Une école française de la turbulence

La littérature secondaire sur l'histoire de la turbulence en France est presque inexistante. Cependant, au sein de la Commission de la turbulence atmosphérique, une école française avait élaboré, sous l'impulsion de Philippe Wehrlé et Georges Dedeabant, une théorie des fonctions aléatoires très originale à l'époque.<sup>41</sup> Jusqu'au début de la guerre, Kampé de Fériet a fait partie de cette école française, grâce à laquelle il dirige son attention vers l'applicabilité du calcul de probabilité à l'étude de la turbulence.<sup>42</sup>

Les idées de l'école de Wehrlé et Dedeabant sont exposées dans une série des publications, pour la plupart parues entre 1935 et 1940. Elles sont fondées sur la notion d'échelle (étage de perturbation)) et sur le caractère aléatoire de la turbulence d'un fluide comme une propriété fondamentale dans le domaine de la météorologie et de la turbulence atmosphérique. À chaque étage de perturbation correspond un certain niveau de turbulence et un découpage de l'atmosphère en domaines élémentaires, chacun doté d'une certaine valeur constante de température, pression, vitesse, densité, énergie cinétique, etc. En passant d'une échelle à celle immédiatement inférieure, la situation devient plus complexe : chaque domaine élémentaire de l'échelle précédente se décompose à son tour en d'autres domaines élémentaires. L'échelle la plus grande est l'atmosphère du globe ; ensuite, il y a la troposphère, la stratosphère, les cyclones etc. D'après cette définition, le spectre de la turbulence est l'ensemble de tous les étages de perturbation.

*Le pas en avant* [27, p. 378] qu'a impulsé l'école française à l'étude de la turbulence consiste en la description du phénomène turbulent à travers l'introduction d'un champ de variables aléatoires. Dans la décomposition de Reynolds d'une propriété du fluide  $f = \bar{f} + f'$  (pression, température, etc.), le champ d'agitation  $f'$  est traité comme une variable aléatoire. À partir de Boussinesq et Reynolds, les théories précédentes, y compris celle de Taylor, avaient étudié  $f'$  comme une fonction régulière, en conservant ses propriétés de continuité et de dérivabilité. En revanche, les membres de l'école française construisent une théorie qui ne repose plus sur cette hypothèse et risque de nier le caractère aléatoire de la turbulence. Elle repose plutôt sur la notion de dérivée aléatoire, qui devrait jouer en calcul de probabilité le même rôle que la dérivée ordinaire en analyse. Cette définition a été suggérée par la théorie des fonctions aléatoires de Slutsky, sur laquelle Fréchet avait alerté Wehrlé en 1937 [52].

Les résultats théoriques obtenus sont en conformité avec les mesures expérimentales effectuées dans les souffleries horizontales et verticales de l'IMFL. Là, un collaborateur de Kampé de Fériet, l'ingénieur Pierre Dupuis, avait conduit des essais sur la structure de la turbulence par la cinématographie de bulles de savon, une méthode de visualisation des trajectoires alternative à celle de l'émission de filets de fumée de tabac [53].

<sup>38</sup> Le contenu de sa communication a été publié dans *Lectures on Modern Mathematics* III, 1965. Ces trois volumes recueillent l'ensemble des communications qui ont eu lieu de 1962 à 1964 à la George Washington University.

<sup>39</sup> La fonction aléatoire est une généralisation de la définition des processus stochastiques. Un processus stochastique est une fonction du temps construite étape par étape, alors qu'une fonction aléatoire est une fonction connue dans l'intervalle de définition entier.

<sup>40</sup> « The Search for a theoretical model of the Brownian motion of a particle and the turbulence flow of a fluid has quite naturally lead to the definition of random integrals of an ordinary or partial differential equations respectively, in this last domain an extension of the statistical mechanics of holonomic systems in continuous media has given a definite orientation to the whole development. This the only excuse that an applied mathematician (who has devoted a large part of his research fluid mechanics) can use in discussing these mathematical problems, which are becoming more and more abstract every day. » [48, p. 277].

<sup>41</sup> Sur la contribution de Wehrlé et Dedeabant à la théorie de la turbulence, voir les articles de Régis Juvanon du Vachat, par exemple [50].

<sup>42</sup> « C'est sous leur impulsion que nous avons appliqué pour la première fois à la turbulence homogène les résultats de Kolmogorov et Wiener. » [51, p. 571].

Kampé de Fériet présente les idées de Wehrlé et Dedebant lors de l'ICAM à Cambridge (1938), sur l'invitation de von Kármán. Son exposé, *Some Recent Researches on Turbulence*, représente une tentative française de donner une expression plus formelle à la théorie de Taylor du point de vue mathématique et, en même temps, d'accorder les résultats théoriques avec les recherches expérimentales, en suivant la ligne d'approche suivie par Taylor, von Kármán et Prandtl.

Après la Seconde Guerre mondiale, l'école de Wehrlé et Dedebant disparaît, de même que la Commission de la turbulence atmosphérique. Elle était caractérisée par des aspects assez originaux, mais aussi par des limites sur le plan théorique [50, p. 160]. D'après Jean Bass,<sup>43</sup> cette école proposait « une définition de la dérivée aléatoire peu précise, qui suffisait cependant pour l'usage qu'il en faisait. » [54, p. 54].

De plus, le concept de dérivée aléatoire de Slutsky sur lequel l'école se fondait a été critiqué par Paul Lévy :

« j'ai toujours l'impression que Kampé de Fériet et Wehrlé s'exagèrent dans l'importance de cette notion. Je vois maintenant que c'est une notion dangereuse. »<sup>44</sup>

Dans une note publiée dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* [56], il montre que la connaissance de cette dérivée ne permet pas de retrouver, dans certains cas, la fonction primitive.<sup>45</sup>

Au contraire de Wehrlé et Dedebant, Kampé de Fériet connaît un large succès international après la guerre. Il n'utilise la théorie des fonctions aléatoires de Slutsky que dans ses premières publications (comme l'article de 1939, par exemple). À partir des années 1940, il quitte cette théorie pour utiliser la définition de la fonction aléatoire introduite par Wiener. Après la Libération, les travaux de Wehrlé et Dedebant seront presque oubliés, mais on continuera de mentionner l'attention qu'ils portaient au caractère aléatoire de la turbulence, qui restera en tout cas un aspect original de cette école. Dans un chapitre que Kampé de Fériet a rédigé pour le livre sur la théorie des fonctions aléatoires de R. Fortet et A. Blanc-Lapierre [51], *Fonctions aléatoires et théorie statistique de la turbulence* (1953), qui constitue une synthèse de travaux réalisés jusqu'aux années 1950, on peut remarquer que toute sa contribution se développe indépendamment de la théorie de Wehrlé et Dedebant. Ces derniers sont simplement mentionnés comme ceux qui l'ont dirigé vers une approche probabiliste de la turbulence.

## 5.2. Les contributions de Kampé de Fériet à la turbulence

Outre ses recherches expérimentales, Kampé de Fériet réalise à partir de 1933 une série des travaux théoriques. Il entreprend ainsi plusieurs recherches théoriques pas seulement dans le cadre de la Commission de la turbulence atmosphérique, mais aussi indépendamment de cette commission. C'est là que l'on trouve ses travaux les plus féconds, qui gagneront en maturité après que Kampé de Fériet aura quitté l'IMFL, en 1946.

Le but principal de Kampé de Fériet est de donner une formulation mathématique générale à la théorie de Taylor–von Kármán grâce à la théorie des fonctions aléatoires. Ses principales contributions sont les suivantes.

*Temperature d'un fluide.* Il donne les équations complètes de la fluctuation de la température dans un fluide turbulent. Taylor avait donné ces équations pour un fluide incompressible en 1932, Kampé de Fériet les déduit dans le cas compressible en utilisant la formule de Fourier–Kirchhoff de la diffusion thermique et la décomposition de Reynolds de la température [58].

*Spectre de la turbulence.* Il consacre plusieurs notes sur ce sujet, dont la première est intitulée *sur le spectre de la turbulence homogène* et remonte à 1939 [59]. On peut donc déduire que son intérêt pour l'étude du spectre de la turbulence est né, comme pour les fonctions aléatoires, dans la période où il a dirigé l'IMFL. Taylor, dans son travail sur le spectre de la turbulence, l'avait supposé continu. Kampé de Fériet généralise ces résultats en prenant en compte à la fois des spectres continus et discrets. Dans sa note de 1939, il étudie les cas où il est possible de négliger la présence de raies dans le spectre, ce qui est intéressant pour les expériences dans les souffleries.

Ces études sur le spectre de la turbulence le conduisent au concept de tenseur spectral en 1948 [60]. Kampé de Fériet se concentre sur une investigation mathématique. Ce tenseur est susceptible de remplacer, dans un fluide homogène, mais non nécessairement isotrope, le tenseur de corrélation d'un fluide isotrope défini par von Kármán et Howarth en 1938. C'est donc une généralisation du tenseur de corrélation de von Kármán au cas non isotrope. Les composantes du tenseur de corrélation de von Kármán sont alors les transformés de Fourier des composantes du tenseur spectral.

*Analyse du concept de moyenne.* Il fait une analyse mathématique des concepts de moyenne temporelle et spatiale dans la théorie ordinaire de la turbulence. Les propriétés de ces deux moyennes sont des conditions nécessaires et suffisantes pour que les équations de Reynolds – qui sont au fondement de la théorie de la turbulence – soient une

<sup>43</sup> Jean Bass (1913–2007) est un autre mathématicien intéressé par l'étude de la turbulence. Pendant l'entre-deux-guerres, il collaborait à l'ONM et faisait partie de la Commission de la turbulence atmosphérique. Sa contribution majeure est la définition des fonctions pseudo-aléatoires dans le cadre des équations de Navier–Stokes dans la théorie de la turbulence. À ce propos, voir par exemple son travail *Fonctions de corrélation, fonctions pseudo-aléatoires et applications* (1984).

<sup>44</sup> Lettre de Paul Lévy à Fréchet, datée du 31 août 1943. Elle est reproduite dans [55].

<sup>45</sup> À propos de la dérivée aléatoire de Slutsky et la critique soulevée par Lévy à l'égard de la théorie de Wehrlé et Dedebant, voir [57].

conséquence logique de celles de Navier–Stokes. Déjà, en 1934, il se rend compte que les moyennes temporelles et spatiales n'ont pas de définitions rigoureuses, car ces propriétés ne sont entièrement satisfaites que dans des cas particuliers (fluide permanent ou uniforme). Les premières solutions partielles de Kampé de Fériet ont été présentées à l'Icam de Paris en 1946 et dans deux notes en 1949, sous les titres *Turbulencia* [61] et *Sur un problème d'algèbre abstraite posé par la définition de la moyenne dans la théorie de la turbulence* [62]. Il s'agit des solutions trouvées sur un plan très abstrait, avec l'utilisation du langage algébrique. Ces notes ont attiré l'attention de plusieurs mathématiciens comme Garret Birkhoff, Giancarlo Rota et Mme. Dubreil Jacotin. À partir de 1949, Kampé de Fériet entreprendra plusieurs recherches sur le sujet avec Birkhoff.

En 1955, il propose une solution plus générale avec l'introduction d'une troisième moyenne, la moyenne statistique [63], qui vient de la mécanique statistique de Gibbs. Ainsi, une grandeur physique  $f(x, y, z, t, \omega)$  du fluide (la vitesse  $u$  ou la pression  $P$  par exemple) sera vue comme un échantillon de la fonction aléatoire  $f(x, y, z, t, \omega)$  où  $\omega$  est le paramètre choisi aléatoirement dans l'espace de probabilité  $(\Omega, F, \mu)$ . La moyenne statistique  $\bar{f}$  sera :

$$\overline{f(x, y, z, t)} = \int_{\Omega} f(x, y, z, t, \omega)$$

Elle représente un outil efficace pour éliminer ces difficultés, mais elle est trop abstraite. La moyenne temporelle est toujours utilisée par les expérimentateurs pour mesurer les fluides turbulents. Elle est donc utilisée tacitement dans les problèmes théoriques à cause de son importance pratique.

## 6. Conclusions

Pendant l'entre-deux-guerres, l'approche de Kampé de Fériet, entre théorie et pratique, lui permet de contribuer à la mécanique des fluides internationale.

La trajectoire de Kampé de Fériet, une fois qu'il aura quitté l'IMFL en 1945, se tourne non plus vers des questions expérimentales, mais vers des questions toujours plus mathématiques : la généralisation de la théorie statistique de Taylor et von Kármán et le souci de lui donner une certaine structure mathématique. Ses idées et ses premiers efforts dans cette direction sont nés à l'IMFL et, pendant les années 1950, débouchent dans la mécanique statistique des milieux continus, le calcul de probabilité et la théorie de l'information. Ces recherches d'après-guerre rencontrent un large succès, notamment chez les mathématiciens.

Ses travaux sont très appréciés à l'étranger, en particulier aux États-Unis. Il se lie à des personnalités comme von Kármán, Nbert Wiener et Garret Birkhoff. Ses missions aux États-Unis sont très fréquentes et productives quant à ses études sur la turbulence. Il a fait des séjours réguliers à l'université de Harvard, au MIT et à Pasadena. Il est également membre de l'Institute of Aeronautical Sciences depuis 1937. Malgré la valeur internationale de ses recherches, Kampé de Fériet, au contraire de Joseph Pérès, par exemple, reste presque inconnu en France, ce qui incite à questionner sa position au sein de la communauté scientifique française. À ce propos, Paul Lévy écrit dans une lettre à Fréchet :

«La conférence de Kampé de Fériet était très intéressante. Il est toujours très intéressant. Il est très estimé en Amérique, mais je me demande si en France on se rend bien compte de sa valeur.»<sup>46</sup>

En France, la communauté de la mécanique des fluides de l'époque était structurée autour d'Henri Villat. On a vu dans la première section que les premiers travaux d'hydrodynamique de Kampé de Fériet allaient dans la même direction que ceux de Villat. Les deux mathématiciens ont commencé à s'éloigner l'un de l'autre au moment où Kampé de Fériet a orienté ses intérêts vers la théorie de la turbulence anglo-américaine, les questions expérimentales et les solutions aléatoires. Il crée des méthodes photographiques pour étudier l'écoulement de l'air et il prend part aux essais en vol avec les météorologistes et les ingénieurs de l'Air. Villat, au contraire, à l'aide d'une approche explicitement déterministe, continue à donner la priorité aux aspects mathématiques de la mécanique des fluides, en étudiant les solutions exactes et sans aborder directement les questions expérimentales.<sup>47</sup> Les différences entre Villat et Kampé de Fériet sont manifestes et pourraient, au moins partiellement, expliquer leur divergence au sein de la communauté scientifique de la mécanique des fluides.

Parmi les étudiants de Kampé de Fériet, il y a un autre spécialiste de la turbulence de niveau international : Naftali Frenkiel (1910–1986). Ce physicien a joué un rôle fondamental dans la communauté physique américaine des années 1950 et 1960. Cependant, sa période initiale de formation en France reste assez inconnue. En juin 1939, il entre à l'IMFL pour faire une thèse de doctorat en physique avec Kampé de Fériet, terminée en 1943, mais soutenue seulement le 11 juillet 1946,<sup>48</sup> le jour même de la visite d'adieu de Kampé de Fériet à l'IMFL. Sa thèse se propose de donner une représentation analytique des courbes de corrélation et de spectre, à l'aide de quelques résultats expérimentaux et de fonctions que Kampé de Fériet a découvertes pendant son séjour aux États-Unis en 1938. Ses recherches ont été conduites, pour la plupart, pendant le repli

<sup>46</sup> P. Lévy à Fréchet, le 19 mai 1951. Elle est reproduite dans [55].

<sup>47</sup> Même les notes techniques réalisées pour l'Onera sont mathématiques, comme celles concernant les écoulements transsoniques et les ondes de choc. Ces notes se trouvent dans le dossier Villat de l'Académie des sciences.

<sup>48</sup> Il a été déporté dans un camp de concentration (1943–1945).

de l'IMFL à Toulouse (1940–1945), en clandestinité. Elles concernent des applications des théories de Kampé de Fériet sur le spectre de la turbulence, le phénomène de diffusion turbulente, l'étude de la turbulence à travers des essais en soufflerie, la diffusion de la chaleur et les anémomètres à fil chaud. Émigré Aux États-Unis en 1946, il gardera le contact avec Kampé de Fériet et Martinot-Lagarde.

En conclusion, les recherches de Kampé de Fériet forment une contribution remarquable à la théorie de la turbulence de l'époque. Elles font partie du même mouvement qui implique les théories de Taylor en Angleterre, de Prandtl en Allemagne et de von Kármán et Dryden aux États-Unis. Il joue un rôle presque paradoxal : dans ce contexte, il représente la France mais, en même temps, il semble qu'il ne fasse pas partie de la communauté française !

## Remerciements

Je tiens à remercier vivement Anouk Barberousse et Rossana Tazzioli, mes directrices de thèse, pour leur implication dans mes recherches et dans la réalisation de cet article. Je les remercie chaleureusement pour leur soutien, pour leurs éclaircissements scientifiques et pour la relecture de ce papier.

Un remerciement particulier doit également être adressé à l'Onera (centre de Lille), qui m'a donné la possibilité de consulter les archives de ce centre français de recherche aérospatiale. Plus précisément, j'aimerais exprimer toute ma reconnaissance à Jean-Luc Charles et Laurence Lesne pour les précieux conseils, l'enthousiasme et l'encouragement.

Je tiens à remercier également Giovanni Battimelli (Université La Sapienza, Rome) et Régis Juvanon du Vachat (Météo France), qui m'ont apporté une aide immense dans mes recherches, avec leurs conseils, leur compétence et leur disponibilité.

## Références

- [1] J.-M. Weber, *Un demi-siècle d'aéronautique en France : études et recherches*, Comité pour l'histoire de l'aéronautique, Centre des hautes études de l'armement, Paris, 2008.
- [2] J.-D. Anderson, *A History of Aerodynamics*, Cambridge University Press, 1997, p. 478.
- [3] E. Chadeau, État, industrie, nation : la formation des techniques aéronautiques en France (1900–1950), *Hist. écon. Soc.* 2 (1985) 275–300.
- [4] D.-E. Rowe, Klein, Hilbert, and the Gottingen mathematical tradition, *Osiris* (2) 5 (1989) 186–213.
- [5] E.-H. Hirschel, H. Prem, G. Madelung, *Aeronautical Research in Germany: From Lilienthal until Today*, Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [6] M. Eckert, *The Dawn of Fluid Dynamics: A Discipline Between Science and Technology*, Wiley-VCH, Weinheim, Allemagne, 2006.
- [7] A.-D.-D. Craik, Victorian "applied mathematics", in: R. Flood, A. Rice, R. Wilson (Eds.), *Mathematics in Victorian Britain*, Oxford University Press, 2011.
- [8] J. Barrow-Green, *Cambridge mathematicians' responses to the first World War*, in: D. Aubin, C. Goldstein (Eds.), *The War of Guns and Mathematics: Mathematical Practices and Communities Through World War I in France and Its Western Allies*, American Mathematical Society, Providence, RI, États-Unis, 2014.
- [9] R. Siegmund-Schultze, The late arrival of academic applied mathematics in the United States: a paradox, theses, and literature, *NTM Int. J. Hist. Ethics Nat. Sci. Technol. Med.* 11 (2003) 116–127.
- [10] S.-L. Segal, War, refugees, and the creation of an international mathematical community, in: K.-H. Parshall, A.-C. Rice (Eds.), *Mathematics Unbound: The Emergence of an International Mathematical Research Community, 1800–1945*, American Mathematical Society, Providence, RI, États-Unis, 2002.
- [11] P.-A. Hanle, *Bringing Aerodynamics to America*, The MIT Press, Cambridge, MA, États-Unis, 1982.
- [12] J.-L. Greenberg, J.-R. Googstein, Theodore von Kármán and the Arrival of Applied Mathematics in the United States, 1930–1940, *Humanities Working Paper 77*, Division of the Humanities and Social Sciences, California Institute of Technology, États-Unis, 1983.
- [13] P. Nastasi, R. Tazzioli, Problems of method in Levi-Civita's contributions to hydrodynamics, *Rev. Histoire Math.* 12 (2006) 81–118.
- [14] R. Tazzioli, The eyes of French mathematicians on Tullio Levi-Civita—the case of hydrodynamics (1900–1930), in: F. Brechenmacher, G. Jouve, L. Mazliak, R. Tazzioli (Eds.), *Images of Italian Mathematics in France: The Latin Sisters, from Risorgimento to Fascism*, Springer International Publishing, 2016.
- [15] D. Aubin, 'Audacity or precision': the paradoxes of Henri Villat's fluid mechanics in interwar France, in: *Proceedings of the Workshop on the History of Fluid Mechanics*, Rauschholzhausen, Allemagne, 15–18 octobre 2006, 2010.
- [16] B. Belhoste, K. Chatzis, L'enseignement de la mécanique appliquée en France au début du XX<sup>e</sup> siècle, in: C. Fontanon (Ed.), *Histoire de la mécanique appliquée : enseignement, recherche et pratiques mécaniciennes en France après 1880*, in: *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, vol. 46, 1998.
- [17] D. Pestre, *Physique et physiciens en France, 1918–1940*, Editions des Archives contemporaines, Paris, 1984, p. 356.
- [18] G. Battimelli, 'Senza alcun vincolo ufficiale': Tullio Levi-Civita e i Congressi Internazionali di Meccanica Applicata, *Riv. Storia Sci.* 4 (2) (1996) 51–80.
- [19] P. Germain, Le VII<sup>e</sup> congrès international de mécanique appliqué, tome CXX, 5<sup>e</sup> série, tome X, *Rev. Quest. Sci.* 62 (1949) 108–119.
- [20] C. Fontanon (Ed.), *Histoire de la mécanique appliquée : enseignement, recherche et pratiques mécaniciennes en France après 1880*, *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, vol. 46, 1998.
- [21] P. Mounier-Kuhn, Un programme technologique national : la Mécanique des fluides, in: A. Grelon, M. Grossetti (Eds.), *Programme Villes et Institutions scientifiques*, Rapport final, 1996, CNRS PIR Villes.
- [22] M. Eckert, Turbulence before Marseille 1961, *J. Turbul.* 13 (2012) 1–25.
- [23] J. Delporte, La vie et l'oeuvre de Joseph Kampé de Fériet, USTL, Secrétariat scientifique, UFR de mathématiques pures et appliquées, Villeneuve-d'Ascq, France, 2002.
- [24] D. Aubin, 'I'm just a mathematician': why and how mathematicians collaborated with military ballisticians at Gävres, in: D. Aubin, C. Goldstein (Eds.), *The War of Guns and Mathematics: Mathematical Practices and Communities through World War I in France and Its Western Allies*, American Mathematical Society, Providence, RI, États-Unis, 2014.
- [25] J. Kampé de Fériet, Quelques remarques suggérées par un problème d'Hydrodynamique, in: *Archives de la commission de Gävres*, 1918.
- [26] J.-D. Vagner, Résistance d'une sphère en mouvement accéléré dans un fluide, thèse d'ingénieur-docteur n° 8 faculté des sciences de Lille, France, 1937, p. 122.
- [27] J. Kampé de Fériet, Les bases d'une mécanique de la turbulence, *Sciences* 16 (1937) 372–382.
- [28] O. Darrigol, *Worlds of Flow: A History of Hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl*, Oxford University Press, 2005.
- [29] P.-A. Davidson, Y. Kaneda, K. Moffatt, K.-R. Sreenivasan (Eds.), *A Voyage Through Turbulence*, Cambridge University Press, 2011.
- [30] M. Farge, Évolution des théories sur la turbulence développée, in: A. Dahan Dalmedico, J.-L. Chabert, K. Chemla (Eds.), *Chaos et déterminisme*, in: *Points Sciences Collection*, Éditions Du Seuil, 1992.
- [31] G. Battimelli, On the history of the statistical theories of turbulence, *Rev. Mex. Fis. (Supl.)* 32 S1 (1986) 3–48.

- [32] G.-I. Taylor, Diffusion by continuous movements, *Proc. Lond. Math. Soc.* 20 (2) (1921) 196–211.
- [33] M. Eckert, Theory from wind tunnels: empirical roots of twentieth century fluid dynamics, *Centaureus* 50 (3) (2008) 233–253.
- [34] J. Kampé de Fériet, Recherches sur la turbulence atmosphérique au centre national de vol sans moteur de la Banne d'Ordanche, *Mitt. Int. Studienkomm. Motorl. Flug, ISTUS 6* (1938) 9–13 (archives de l'Onera de Lille).
- [35] J. Kampé de Fériet, La turbulence atmosphérique, *J. Tech. Int. Aéronaut.*, Paris (1936) 431–467 (archives de l'Onera de Lille).
- [36] A. Martinot-Lagarde, Sur un anémomètre peu sensible aux changements de direction du vent, *C. R. Acad. Sci. Paris* 198 (1934) 338–339.
- [37] J. Kampé de Fériet, A. Martinot-Lagarde, G. Rollin, Sur un appareil permettant de déterminer le module et la direction de la vitesse dans un fluide, *C. R. Acad. Sci. Paris* 207 (1938) 772–774.
- [38] J. Kampé de Fériet, L'étude des courants aériens par l'enregistrement photographique des nuages, *Mitt. Int. Studienkomm. Motorl. Flug, ISTUS 5* (1937) (archives de l'Onera de Lille).
- [39] J. Kampé de Fériet, Atmosphärische Strömungen; Wolkenstudien nach Kinaufnahmen im Hochgebirge (Jungfrau und Matterhorn), *Meteorol. Z.* 53 (1936) 277–280 (archives de l'Onera de Lille).
- [40] P. Dupont, Contribution à l'étude du vol en atmosphère agitée (études menées par la Commission de la turbulence atmosphérique et le Service technique et des recherches scientifiques de l'Aéronautique) : rapport sur la campagne du «Potez 540» à la Banne d'Ordanche, du 19 au 30 septembre 1936, Publications scientifiques et techniques du ministère de l'Air, Bulletin des services techniques, vol. 77, Gauthier-Villars, Paris, 1938.
- [41] J.-E. Wesfreid, Scientific biography of Henri Benard (1874–1939), in: *Dynamics of Spatio-Temporal Cellular Structures: Henri Benard Centenary Review*, Springer Tracts Mod. Phys. 207 (2006) 9–40.
- [42] M. Farge, E. Guyon, Mixing and turbulence, in: *Mixing: Chaos and Turbulence*, in: E. Villermaux, et al. (Eds.), ASI NATO Series, Plenum, 1999, pp. 11–36.
- [43] J. Kampé de Fériet, Les fonctions aléatoires stationnaires et la théorie statistique de la turbulence homogène, *Ann. Soc. Sci. Brux.* 59 (1939) 145–194.
- [44] M.-D. Millionschikov, Decay of homogeneous isotropic turbulence in a viscous incompressible fluid, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 22 (1939) 236.
- [45] A.-M. Obukhov, On the spectral energy distribution in a turbulent flow, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Geogr. Geofiz.* 5 (1941) 453–466.
- [46] G. Falkovich, The Russian school, in: P.-A. Davidson, Y. Kaneda, K. Moffatt, K.-R. Sreenivasan (Eds.), *A Voyage Through Turbulence*, Cambridge University Press, 2011.
- [47] B. Bru, À propos des modèles probabilistes de turbulence au début du XX<sup>e</sup> siècle, H. Villat (1879–1972) et G.-I. Taylor (1886–1975) *Matapli* 55 (1998) 51–65.
- [48] J. Kampé de Fériet, Random integrals of differential equations, in: T.-L. Saaty (Ed.), *Lectures on Modern Mathematics*, vol. 3, New York, 1965.
- [49] J. Kampé de Fériet, Hasard et probabilité dans la pensée scientifique contemporaine, Société des sciences, de l'agriculture et des arts de Lille, 1945 (archive de l'Onera de Lille).
- [50] R. Juvanon du Vachat, La mécanique des fluides turbulents avec Dedeband et Wehrlé à l'office national météorologique (1934–1939), *La Météorologie* (1995) 156–166, n° Spécial Histoire.
- [51] A. Blanc-Lapierre, R. Fortet, Théorie des fonctions aléatoires, Masson, Paris, 1953.
- [52] P. Wehrlé, L'univers aléatoire, Éditions du Griffon, 1956.
- [53] P. Dupuis, Étude de la structure de la turbulence par cinématographie de bulles de savon, 1937 (archives de l'Onera de Lille).
- [54] J. Bass, Les méthodes probabilistes de la turbulence au milieu du XX<sup>e</sup> siècle, *Matapli* 58 (1999) 49–56.
- [55] M. Barbut, B. Locker, L. Mazliak, P. Lévy, M. Fréchet, 50 Years of Correspondence in 107 Letters, Springer, 2014.
- [56] P. Lévy, Dérivation, intégration et équations différentielles stochastiques, *C. R. Acad. Sci. Paris* 219 (1944) 602–603.
- [57] B. Locker, Paul Lévy : la période de guerre : intégrale stochastiques et mouvement brownien, thèse, 2001.
- [58] J. Kampé de Fériet, Sur les équations de la diffusion thermique par turbulence, *Ann. Soc. Sci. Brux.* 57 (1937) 67–72.
- [59] J. Kampé de Fériet, Sur le spectre de la turbulence homogène, *C. R. Acad. Sci. Paris* 208 (1939) 722.
- [60] J. Kampé de Fériet, Le tenseur spectral de la turbulence homogène non isotrope dans un fluide incompressible, in: *VIIIth International Congress of Applied Mechanics*, London, 1948, pp. 6–26, general lecture.
- [61] J. Kampé de Fériet, *Turbulencia*, Instituto Nacional Esteban Terradas de Técnica Aeronautica, Madrid, 1949.
- [62] J. Kampé de Fériet, Sur un problème d'algèbre abstraite posé par la définition de la moyenne dans la théorie de la turbulence, *Ann. Soc. Sci. Brux.* 63 (1949) 156–172.
- [63] J. Kampé de Fériet, La notion de moyenne dans la théorie de la turbulence, *Rend. Semin. Mat. Fis. Milano* 27 (1955–1956) 1–43.